

**Контрольная работа по курсу**  
**"Методы дискретного анализа в организационных системах.**  
**Алгоритмический подход."**  
**Комбинаторика, 3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**21 апреля 2010 г.; срок сдачи: 5 мая 2010 г.**

**Вариант 1.**

1. 5 баллов

**Дано:**

$r_j$  – момент поступления требования  $j$  в систему;

$p_j$  – продолжительность обслуживания требования  $j$ ,  $p_j > 0$ ;

$d_j$  – директивный срок окончания обслуживания требования  $j$ ;

$w_j$  – вес (значимость) требования  $j$ ,  $j \in N$ .

**Запрещены:**

– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;

– прерывания при обслуживании.

Необходимо обслужить всё множество требований  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Целевая функция:**  $\min_{\pi} \max_{j \in N} w_j (C_j(\pi) - d_j)$ ,

при  $r_j = 0, \forall j \in N$ , где  $C_j(\pi)$  – момент окончания обслуживания требования  $j$  при расписании  $\pi$ .

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает  $O(n^2)$  операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

2. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 13 карт одной масти. Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей? Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

5. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=1}^n k C_n^k = n 2^{n-1}$$

6. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

$$\sum (2^{x_1-1} - 1) \dots (2^{x_k-1} - 1),$$

где суммирование производится по всем  $2^{n-1}$  разложениям числа  $n$ :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n.$$

**Контрольная работа по курсу**  
**"Методы дискретного анализа в организационных системах.**  
**Алгоритмический подход."**  
**Комбинаторика, 3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**21 апреля 2010 г.; срок сдачи: 5 мая 2010 г.**

**Вариант 2.**

1. 5 баллов

**Дано:**

$r_j$  – момент поступления требования  $j$  в систему;

$p_j$  – продолжительность обслуживания требования  $j, p_j > 0$ ;

$d_j$  – директивный срок окончания обслуживания требования  $j$ ;

$w_j$  – вес (значимость) требования  $j, j \in N$ .

**Запрещены:**

– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;

– прерывания при обслуживании.

Необходимо обслужить всё множество требований  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Целевая функция:**  $\min_{\pi} \sum_{j \in N} w_j C_j(\pi)$ ,

при  $r_j = 0, \forall j \in N$ , где  $C_j(\pi)$  – момент окончания обслуживания требования  $j$  при расписании  $\pi$ .

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает  $O(n^2)$  операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

2. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 4 туза и 4 короля. Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей? Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

5. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=1}^n k(k-1)C_n^k = n(n-1)2^{n-2}$$

6. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

число разложений  $n$  на части, равные 1 или 2.

**Контрольная работа по курсу**  
**"Методы дискретного анализа в организационных системах.**  
**Алгоритмический подход."**  
**Комбинаторика, 3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**21 апреля 2010 г.; срок сдачи: 5 мая 2010 г.**

**Вариант 3.**

1. 5 баллов

**Дано:**

$r_j$  – момент поступления требования  $j$  в систему;

$p_j$  – продолжительность обслуживания требования  $j, p_j > 0$ ;

$d_j$  – директивный срок окончания обслуживания требования  $j$ ;

$w_j$  – вес (значимость) требования  $j, j \in N$ .

**Запрещены:**

– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;

– прерывания при обслуживании.

Необходимо обслужить всё множество требований  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Целевая функция:**  $\min_{\pi} \sum_{j \in N} w_j \max\{0, C_j(\pi) - d_j\}$ ,

при  $r_j = 0, d_j = d, \forall j \in N$ , где  $C_j(\pi)$  – момент окончания обслуживания требования  $j$  при расписании  $\pi$ .

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает  $O(n^2)$  операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

2. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 3 туза и 3 короля. Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не меньше чем на 2? Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

5. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1)$$

6. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

число разложений  $n$  на нечётные слагаемые.

**Контрольная работа по курсу**  
**"Методы дискретного анализа в организационных системах.**  
**Алгоритмический подход."**  
**Комбинаторика, 3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**21 апреля 2010 г.; срок сдачи: 5 мая 2010 г.**

**Вариант 4.**

1. 5 баллов

**Дано:**

$r_j$  – момент поступления  $j$  требования в систему;

$p_j$  – продолжительность обслуживания требования  $j, p_j > 0$ ;

$d_j$  – директивный срок окончания обслуживания требования  $j, j \in N$ .

**Запрещены:**

– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;

– прерывания при обслуживании.

Необходимо обслужить всё множество требований  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Целевая функция:**  $\min_{\pi} \max_{j \in N} (C_j(\pi) - d_j)$ ,

при  $d_j = r_j + p_j, \forall j \in N$ , где  $C_j(\pi)$  – момент окончания обслуживания требования  $j$  при расписании  $\pi$ .

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает  $O(n^3)$  операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

2. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 6 карт одной масти и 7 карт другой. Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не меньше чем на 2? Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

5. 1 балл

Доказать тождество

$$\left(\sum_{k=1}^n k\right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3$$

6. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

число разложений  $n$  на части, превосходящие 1.