**Задачи для научных исследований по курсу
"Методы дискретного анализа в организационных системах.
Алгоритмический подход ".
МГУ, физический факультет, 6-7 семестры, 2010.**

Задача 1.
$1 \mid r_j \mid \sum U_j$
Дано:
один прибор;
r_j – момент поступления требования j в систему;
p_j – продолжительность обслуживания требования $j, p_j > 0$;
d_j – директивный срок окончания обслуживания требования j;
w_j – вес (значимость) требования $j, j \in N$.
Запрещены:
– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;
– прерывания при обслуживании.
Необходимо обслужить всё множество требований $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
Целевая функция $\min\limits_{\pi} \sum\limits_{j \in N} U_j(\pi)$,
при $r_j \in \{R^1, R^2\}, w_j = 1, d_j \in \{D^1, D^2\}, \forall j \in N$;
$C_j(\pi)$ – момент окончания обслуживания требования j при расписании π;
R^1, R^2, D^1, D^2,– некоторые константы, $R^1 < R^2, D^1 < D^2$,
где $U_j(\pi) = 0$, если $C_j(\pi) \leq d_j$, иначе $U_j(\pi) = 1$.

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает $O(n^k)$ операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его, где k – константа не зависящая от n.

Возможно данная задача является NP-трудной...

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru

Задачи для научных исследований по курсу
"Методы дискретного анализа в организационных системах.
Алгоритмический подход ".
МГУ, физический факультет, 6-7 семестры, 2010.

Задача 2.
$1 \mid r_j, pmtn, p_j = p \mid \sum w_j C_j$
http://www.lix.polytechnique.fr/% 7Edurr/OpenProblems/1_rj_pmtn_pjp_sumWjCj/
Дано:
r_j – момент поступления требования j в систему;
p_j – продолжительность обслуживания требования $j, p_j = p$;
d_j – директивный срок окончания обслуживания требования j;
w_j – вес (значимость) требования $j, j \in N$.
Запрещены:
– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;
– прерывания при обслуживании.
Необходимо обслужить всё множество требований $N = \{1, 2, \ldots, n\}$.
Целевая функция $\min\limits_{\pi} \sum\limits_{j \in N} w_j C_j(\pi)$,

при $r_j \in \{R^1, R^2\}, \forall j \in N$;
$C_j(\pi)$– момент окончания обслуживания требования j при расписании π;
R^1, R^2, – некоторые константы.

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает $O(n^2)$ операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

Возможно данная задача является NP-трудной...

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru

Задачи для научных исследований по курсу "Методы дискретного анализа в организационных системах. Алгоритмический подход ". МГУ, физический факультет, 6-7 семестры, 2010.

Задача 3.

$1 \mid r_j \mid L_{\max}$

Дано:

r_j – момент поступления j требования в систему;

p_j – продолжительность обслуживания требования $j, p_j > 0$;

d_j – директивный срок окончания обслуживания требования $j, j \in N$.

Запрещены:

– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;

– прерывания при обслуживании.

Необходимо обслужить всё множество требований $N = \{1, 2, \dots, n\}$.

Целевая функция $\min_{\pi} \max_{j \in N} (C_j(\pi) - d_j)$,

при $d_j = \alpha r_j + \beta p_j, j \in N$, где $C_j(\pi)$– момент окончания обслуживания требования j при расписании π,

α, β – некоторые константы.

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает $O(n^3 \log n)$ операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru

Задачи для научных исследований по курсу "Методы дискретного анализа в организационных системах. Алгоритмический подход ". МГУ, физический факультет, 6-7 семестры, 2010.

Задача 4.
$1 \mid\mid \sum w_j T_j$
Дано:
r_j – момент поступления требования j в систему;
p_j – продолжительность обслуживания требования $j, p_j > 0$;
d_j – директивный срок окончания обслуживания требования j;
w_j – вес (значимость) требования $j, j \in N$.
Запрещены:
– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;
– прерывания при обслуживании.
Необходимо обслужить всё множество требований $N = \{1, 2, \dots, n\}$.

Целевая функция $\min\limits_{\pi} \sum\limits_{j \in N} w_j \max\{0, C_j(\pi) - d_j\}$,

при $r_j = 0, d_j = \{D^1, D^2\}, j \in N$, где $C_j(\pi)$– момент окончания обслуживания требования j при расписании π, D^1, D^2– некоторые константы.

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает $O(n^2)$ операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru

Задачи для научных исследований по курсу "Методы дискретного анализа в организационных системах. Алгоритмический подход ". МГУ, физический факультет, 6-7 семестры, 2010.

Задача 5.
$1 \mid r_j \mid \sum w_j C_j$
Дано:
r_j– момент поступления требования j в систему;
p_j– продолжительность обслуживания требования $j, p_j > 0$;
w_j – вес (значимость) требования $j, j \in N$.
Запрещены:
– одновременное обслуживание более одного требования в каждый момент времени;
– прерывания при обслуживании.
Необходимо обслужить всё множество требований
$N = \{1, 2, \dots, n\}$.
Целевая функция $\min\limits_{\pi} \sum\limits_{j \in N} w_j C_j(\pi)$,

при $r_j \in \{R^1, R^2\}, j \in N$, где $C_j(\pi)$– момент окончания обслуживания требования j при расписании π, R^1, R^2– некоторые константы.

Необходимо построить алгоритм, трудоёмкость которого не превышает $O(n^2)$ операций, нахождения оптимального расписания и обосновать его.

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru

Список литературы

[1] *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи: Пер. с англ. // М.: Мир. – 1982. – 416 с.

[2] *Кнут Д.* Искусство программирования для ЭВМ. т. 3: Сортировка и поиск.//М.: Мир. – 1973. – 348 с.

[3] *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность, М.: Мир, 1985, – 512 с.

[4] *Сигал И.Х., Иванова А.П.* Введение в прикладное дискретное программирование// М.: Физматлит, 2002.– 240 с.

[5] *Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М.* Теория расписаний. Одностадийные системы// М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.– 384 с.

[6] *Лазарев А.А.* Парето-оптимальное множество $NP-$трудной задачи минимизации максимального временнóго смещения// Известия РАН. Теория и системы управления.– 2006.– N 6.– С. 103 – 110.

[7] *Лазарев А.А.* Оценка абсолютной погрешности задач теории расписаний с критерием минимизации максимального временнóго смещения.// Доклады Академии Наук. – 2007. – Том 415, № 4. – С. 446–449.

[8] *Лазарев А.А.* Решение NP-трудной задачи теории расписаний минимизации суммарного запаздывания.//Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2007. – Том 47, № 6. – С. 1087–1099.

[9] *Лазарев А.А.* Графический подход к решению задач комбинаторной оптимизации.// Автоматика и Телемеханика. – 2007. – № 4. – С. 13–23.

[10] *Лазарев А.А.* Теория расписаний. Оценки абсолютной погрешности и схема приближённого решения задач теории расписаний.// Учебное пособие. М.: МФТИ – 2008. – 222 С.

Лазарев Александр Алексеевич, Институт проблем управления, Профсоюзная, 65, Москва, 117997, Россия, www.orsot.ru тел. (495) 334-87-51, e-mail: jobmath@mail.ru